MECÂNICA QUÂNTICA II
Curso de Eng. Física
Série 7

1. Considere a equação de Klein-Gordon, para uma partícula livre, $[\partial_\mu \partial^\mu + (m_0 c/\hbar)^2]\psi = 0$. Determine:

a) A forma geral da densidade de probabilidade e da corrente de probabilidade.

b) As funções de onda.

c) A densidade de probabilidade para as funções de b). Discuta o resultado.

2. Como se transforma a equação de Klein-Gordon quando a partícula é posta num campo electromagnético? Considere o caso particular do campo de Coulomb. Obtenha a equação radial.

3. Considere a equação de Dirac para uma partícula livre, $(E - Ho)\phi = 0$, com $H_0 = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m_0 c^2$ e $\vec{\alpha}, \beta$, matrizes de dimensão 4. Determine as condições a que $\vec{\alpha}$ e β devem satisfazer para que H_0 descreva uma partícula relativista.

4. Calcule $[H_0, \vec{r} \times \vec{p}]$ e $[H_0, \vec{\sigma}]$, onde $\vec{\sigma}$ tem como componentes as matrizes de Pauli. Podemos dizer que $\vec{L}$ se conserva? Justifique.

5. Determine a forma geral da densidade de probabilidade e da corrente de probabilidade, para uma partícula que obedece à equação de Dirac.

6. Resolva a equação de Dirac para uma partícula livre, no referencial próprio da partícula.

7. Escreva a equação de Dirac na sua forma covariante. Como se transforma na presença de um campo electromagnético? Considere o caso particular de um campo central $V(r)$, e determine a equação radial fazendo uma redução não relativista, onde se consideram energias não relativistas E', com $E = E' + m_0 c^2$ e $\frac{E' - V}{2m_0 c^2} < 1$. Discuta o significado físico dos vários termos do Hamiltoniano.

Formulário

$$(\vec{\sigma}\cdot\vec{A})(\vec{\sigma}\cdot\vec{B}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + i\vec{\sigma}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$$

$$\vec{\nabla} f(r) = df/dr\vec{e}_r$$