MECÂNICA QUÂNTICA II
Curso de Eng. Física
Série 6

1. Considere o choque de duas partículas. Tendo em conta que os sistemas laboratório e centro de massa estão relacionados por uma transformação de Galileu obtenha as seguintes relações entre quantidades definidas nos dois sistemas.

a) ângulo de dispersão:

$$\tan\theta_L = \frac{\sin\theta}{\cos\theta + \tau}$$

com $\tau = V_L/v_1'$, e V_L e v_1' a velocidade do centro de massas em relação ao laboratório e da partícula 1 no referencial do centro de massas depois da colisão, respectivamente.

b) secção eficaz total:

$$\sigma^T_{CM} = \sigma^T_L$$

c) secção eficaz diferencial:

$$\frac{d\sigma(\theta_L, \phi_L)}{d\Omega_L} = \frac{(1+\tau^2+2\tau\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}{|1+\tau\cos\theta|}\frac{d\sigma(\theta,\phi)}{d\Omega}$$

d) energia cinética:

$$T_L = \frac{1}{2}MV_L^2 + T_{CM}$$

com $T_{CM} = 1/2\mu v^2$ e M, μ, as massas total e reduzida.

2. Mostre que para o caso de velocidades relativistas as relações do problema 1. tomam a forma,

a) ângulo de dispersão:

$$\tan\theta_L = \frac{1}{\gamma}\frac{\sin\theta}{\cos\theta + \tau}$$

com $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e $\beta = V_L/c$

b) secção eficaz diferencial:

$$\frac{d\sigma(\theta_L,\phi_L)}{d\Omega_L}=\frac{[\sin^2\theta+\gamma^2(\tau+\cos\theta)^2]^{\frac{3}{2}}}{\gamma|1+\tau\cos\theta|}\frac{d\sigma(\theta,\phi)}{d\Omega}$$

3. Tendo em conta a forma da amplitude $f_k(\theta)$, obtenha a secção eficaz total em função dos desvios de fase.

4. Estudar o comportamento dos desvios de fase para a dispersão por um potencial esférico de largura a e grandeza $-V_0$. Supor que a energia é baixa, contribuindo essencialmente os termos com $l=0$. Determine o comprimento de scattering a.

5. Determine os desvios de fase e a secção eficaz total para a dispersão pelo potencial $V(r)=\infty, r<a, V(r)=0, r>a$, esfera rígida, considerando que a energia é baixa.

6. Obtenha a função de Green a uma dimensão.

7. Mostre que as soluções da equação de Lippman-Schwinger têm o comportamento assimptótico correcto exigido pela teoria das colisões e obtenha o valor da amplitude de scattering. Comece por demonstrar que

$$\lim_{r\to\infty} G_0^+(r,r')=-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r}e^{-ik\vec{r}'\cdot\vec{e}_r}$$

8. Considere o potencial de Yukawa $U(r)=-U_0\frac{e^{-\alpha r}}{r}$ onde α^{-1} é o alcance da interacção. Obtenha as secções eficazes diferencial e total, na primeira aproximação de Born. Represente graficamente a secção eficaz diferencial.

9. Na dispersão elástica de electrões por átomos, o potencial de Coulomb está filtrado do núcleo pela nuvem de electrões, podendo ser representado por $V(r)=-Ze^2\frac{e^{-\alpha r}}{r}$, onde a é o raio da nuvem electrónica. Obtenha a amplitude de scattering e a secção eficaz diferencial na primeira aproximação de Born. Discutir o resultado para α grande.

Formulário

$$f_k(\theta) = \frac{1}{2ki} \sum_l (2l+1)[\exp(2i\delta_l) - 1] P_l(\cos\theta)$$

Funções esféricas de Bessel

$$j_0(x) = \sin(x)/x, n_0(x) = -\cos(x)/x$$

$$\lim_{x \to 0} j_l(x) = \frac{x^l}{(2l+1)!!}$$

$$\lim_{x \to 0} n_l(x) = -\frac{(2l-1)!!}{x^{l+1}}$$