MECÂNICA QUÂNTICA II
Curso de Eng. Física
Série 5

1. Um sistema pode fazer uma transição entre dois estados discretos $|\phi_i >$ e $|\phi_j >$ pela acção de uma perturbação $H_1(t) = h \cos \omega t$, que actua para $t > 0$.

a) Determine a probabilidade de transição.

b) Discuta a possibilidade de o sistema ter comportamento ressonante.

c) Para o caso particular $\omega = 0$, caso de uma perturbação constante, represente gráficamente a probabilidade de transição. Comente o resultado obtido.

2. Um oscilador harmónico linear, no estado fundamental, fica sujeito a uma força F_0 constante, que é removida bruscamente no instante $t = t_0$. Obter a probabilidade de transição para o primeiro estado excitado, sabendo que as funções de onda são da forma $\psi_n(x) = c_n H_n(\xi) \exp(-\xi^2/2)$, com $\xi = \sqrt{(m\omega/\hbar)}x$.

3. A interacção de dipolo eléctrica pode ser representada pelo operador $\alpha\vec{\epsilon}\cdot\vec{p}$ ou por $\beta\vec{\epsilon}\cdot\vec{r}$. Mostre que os elementos de matriz de $\vec{p}$ e $\vec{r}$ são proporcionais na base de funções $|\phi_n >$ de H, com $H|\phi_n >= E_n|\phi_n >$ (sugestão: considere $[H, \vec{r}]$).

4. Mostre que um oscilador harmónico linear só tem transições de dipolo eléctricas entre estados com $\Delta n = +1, -1$. Determine a frequência da radiação emitida ou absorvida.

5. Um átomo de Hidrogénio no estado fundamental foi posto num campo eléctrico $E = E_0 \sin \omega t$. Qual é a probabilidade por unidade de tempo de o átomo ser ionizado, supondo que no estado final o electrão é descrito por ondas planas normalizadas numa caixa (sugestão: usar a regra de ouro de Fermi, pois trata-se duma transição para o contínuo).

Formulário

$$I_n = \int_0^x x_0^n e^{x_0} dx_0 = x^n e^x - nI_{n-1}; I_0 = e^x - 1.$$

$$Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi}; Y_{10} = \sqrt{3/4\pi}\cos\theta; Y_{1\pm1} = \mp\sqrt{3/8\pi}e^{\pm i\phi}\sin\theta.$$

$$R_{10} = Ae^{-Zr/a_0}; R_{20} = B(2 - Zr/a_0)e^{-Zr/(2a_0)}; R_{21} = C(Zr/a_0)e^{-Zr/(2a_0)}.$$

$$A = 2(Z/a_0)^{3/2}; B = (Z/2a_0)^{3/2}; C = (Z/2a_0)^{3/2}/\sqrt{3}.$$

$$I_n = \int_0^\infty x^n e^{-ax^2}dx; I_0 = \sqrt{\pi/a}/2; I_1 = 1/(2a); I_2 = \sqrt{\pi/a^3}/4;$$

$$I_3 = 1/(2a^2); I_4 = 3\sqrt{\pi/a^5}/8$$