MECÂNICA QUÂNTICA II

Curso de Eng. Física

Série 0

1. Considere o modelo de Bohr para o átomo de hidrogénio. Determine os níveis de energia e os raios das órbitas. Qual é a distância mais provável para encontrar o electrão no estado $n = 2$, $l = 1$? O que poderemos dizer da forma da órbita?

2. Um átomo de hidrogénio é descrito por uma função de onda, $\psi(\vec{r}, t) = A\psi_{100}(\vec{r}, t) + B\psi_{211}(\vec{r}, t) + C\psi_{21-1}(\vec{r}, t)$ onde A e B são constantes reais e positivas. Sabendo que neste estado, $< L_z >= 7/18\hbar$ e $< L^2 >= \hbar^2$, determine:

a) as constantes A, B, C.

b) $< E >$

c) $< r >$.

3. Um átomo é descrito por uma função de onda da forma $\psi = Af(r) + Bg(r)\cos\theta$, onde A, B são constantes e $f(r)$, $g(r)$ são funções de r normalizadas à unidade. Qual é a probabilidade de o átomo ter $l = 0$? E $l = 1$? E $l > 1$? Determine o valor médio de L^2 e de L_z e a relação entre A e B.

4. Um átomo de hidrogénio está num estado em que o electrão ocupa o nível $2p$. Determinar a frequência do fotão emitido quando o átomo regressa ao estado fundamental. O que sucede se o átomo for colocado num campo magnético de $5T$ antes do decaimento?

5. Considere uma função de onda Gausseana $\psi(x) = e^{-\frac{a}{2}x^2+bx+c}$, sendo a, b, c constantes complexas, com $\Re a > 0$.

a) Qual é a condição de normalização da função de onda?

b) Calcule $< x >$ e $< p >$.

c) Verifique que $(p- < p >)\psi$ e $(x- < x >)\psi$ são proporcionais. Calcule a constante de proporcionalidade.

d) Calcule Δx e Δp. Quando é a relação de incerteza de Heisenberg minimizada?

e) Verifique que a função de onda se pode reescrever na forma

$$\psi(x) = \left(\frac{a_r}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{a}{2}(x-<x>)^2+\frac{i}{\hbar}<p>x+id}$$

em que $a_r = \Re a$ e d é uma nova constante real. Interprete esta expressão para a função de onda.

6. Mostre que:

$$[x, k_x^n] = ink_x^{n-1}$$

$$[x, G(k_x)] = i\frac{\partial G}{\partial k_x}$$

7. Uma partícula tem spin 1/2. Faz-se uma medição da soma das componentes x e z do momento angular de spin. (a) Quais são os resultados possíveis ? Em seguida mede-se a componente y do momento angular de spin. (b) Calcule as probabilidades dos resultados $\pm 1/2$.

8. Construir os estados de spin total de dois electrões independentes.

9. Construir os estados de momento angular total de duas partículas independentes, com $j_1 = 1$ e $J_2 = 1/2$.

Formulário

$$I_n = \int_0^x x_0^n e^{x_0} dx_0 = x^n e^x - nI_{n-1}; I_0 = e^x - 1.$$

$$Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi}; Y_{10} = \sqrt{3/4\pi}\cos\theta; Y_{1\pm1} = \mp\sqrt{3/8\pi}e^{\pm i\phi}\sin\theta.$$

$$R_{10} = Ae^{-Zr/a_0}; R_{20} = B(2 - Zr/a_0)e^{-Zr/(2a_0)}; R_{21} = C(Zr/a_0)e^{-Zr/(2a_0)}.$$

$$A = 2(Z/a_0)^{3/2}; B = (Z/2a_0)^{3/2}; C = (Z/2a_0)^{3/2}/\sqrt{3}.$$